

AVALIAÇÃO DE PARÂMETROS PARA CONTROLE EM TEMPO REAL DE UM PÊNDULO INVERTIDO. Reyton Luiz Pereira Filho, Rodrigo Borges Santos, Vicente Lopes Júnior. – Engenharia Mecânica – Departamento de Engenharia Mecânica - Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira.

No presente trabalho, um sistema de controle com realimentação de estados baseado na alocação de pólos é projetado para equilibrar um pêndulo na posição vertical. O experimento realizado teve como objetivo visualizar a influência de alguns parâmetros na técnica de alocação de pólos, como por exemplo, a relação entre o percentual de overshoot e o gasto de energia.

A figura 1 mostra o desenho esquemático do pêndulo invertido, com massa M_p e comprimento l_p , montado sobre um suporte móvel acionado por um motor, com massa M_c . A posição vertical do pêndulo é instável pelo fato de que ele tende a se afastar desta posição, para um lado ou para outro, a menos que seja aplicada uma força de controle adequada. A força de controle F_c é aplicada ao suporte móvel. Considera-se aqui somente o problema em duas dimensões e se admite que o centro de gravidade da haste do pêndulo está em seu centro geométrico. Como uma observação, as exigências de projeto afetam as duas saídas do sistema: x_c e α . Então, o sistema de pêndulo invertido e carro linear consiste em duas saídas, para uma entrada.

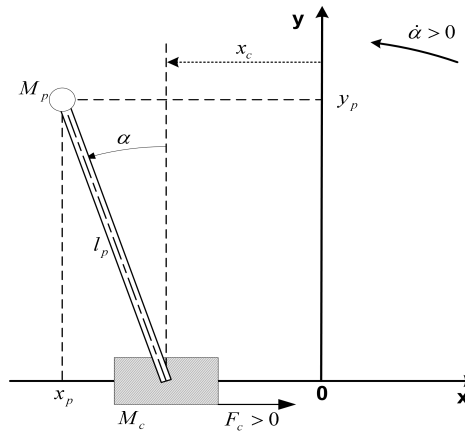


Figura 1: Pêndulo invertido montado em um carro com massa M_c .

Para o projeto e implementação de um controlador utilizando *Alocação de Pólos* em um sistema real, a representação no espaço de estados é a mais indicada. Depois de determinado as equações lineares, pode-se representar o sistema no espaço de estados, ou seja, determinar as matrizes **A** e **B** que verificam a seguinte relação:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (1)$$

onde

$\mathbf{x}(t)$ = vetor de estado (n -dimensional)

$u(t)$ = sinal de controle (escalar)

A = matriz constante $n \times n$

B = matriz constante $n \times 1$

Considera-se que o sinal de controle seja dado por

$$u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (2)$$

Isto significa que o sinal de controle é determinado pelo estado instantâneo. Esta técnica é chamada de *retroação de estados*. A matriz **K**, com dimensão $1 \times n$, é chamada de matriz de ganho de retroação de estado.

Em nosso caso, $\mathbf{x}(t)$ é definido como:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_c(t) & \alpha(t) & \frac{d}{dt}x_c(t) & \frac{d}{dt}\alpha(t) \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

Componentes Utilizados

Para a montagem dos testes experimentais foram utilizados os seguintes componentes:

- Módulo de Potência: Quanser UPM 1503
- Placa de Aquisição de Dados: Quanser MultiQ PCI
- Planta de Movimento Linear: Quanser IP02 (Figura 1)
- Pêndulo: Quanser 609,6 mm (Figura 1)
- Softwares de Controle em Tempo Real: WinCon-Simulink-RTX.

Especificações de Projeto

Para se implementar uma estratégia de controle baseado na alocação de pólos, deve-se obter o vetor de ganho, \mathbf{K} , o qual permitirá manter o pêndulo invertido equilibrado e ao mesmo tempo posicionar o carro IP02 na posição desejada. O esforço de controle correspondente também deve ser considerado e minimizado. Deve-se ajustar o controlador para o sistema pêndulo invertido satisfazer as seguintes exigências de desempenho do projeto:

1. Regular o ângulo do pêndulo ao redor de sua posição vertical de modo a não exceder um desvio de 1.5 graus.
2. Ter um tempo de subida, t_s , na resposta da posição do carro menor que 2 segundos e um amortecimento razoável.
3. Minimizar o esforço de controle produzido, o qual é proporcional à voltagem de entrada do motor. O amplificador de potência não deverá entrar em saturação.

As especificações são dadas em resposta a uma onda quadrada de modo que o limite para a posição do carro seja ± 200 mm.

A figura 2 mostra os equipamentos que foram utilizados nos testes experimentais. Estes testes foram realizados para que se pudessem avaliar os resultados obtidos numericamente e comprovar assim as hipóteses adotadas, principalmente a linearização das equações do movimento (Santos, 2005). Outra finalidade destes testes foi encontrar uma configuração ótima entre o gasto de energia e o percentual de overshoot para um desempenho ótimo. Podemos definir desempenho ótimo como sendo o menor deslocamento possível na ponta do pêndulo para o menor deslocamento do carrinho. Neste caso a energia para movimentar o carro será mínima.

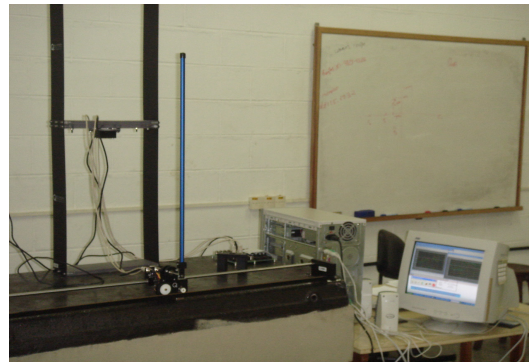
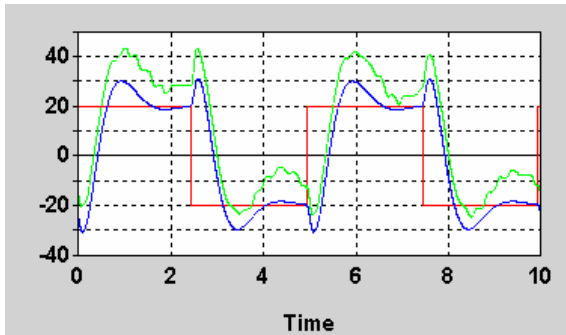


Figura 2: Equipamentos utilizados nos testes experimentais

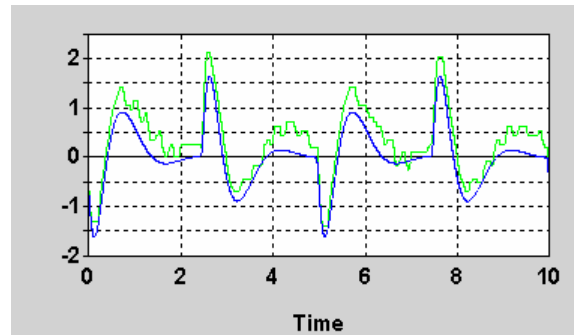
Teste: Variação simultânea do percentual de Overshoot e das posições dos pólos p3 e p4

O objetivo deste teste é observar o efeito provocado pela localização dos pólos p3 e p4 na resposta do sistema associado com a variação do percentual de overshoot. Considera-se aqui um tempo de subida (t_s) de 2s e o percentual de overshoot (PO) de 15% e as localizações dos pólos p3 e p4 sendo -10 e -20, respectivamente. As variáveis zeta e ω_n representam o fator de amortecimento e a frequência natural, respectivamente. A figura 3 mostra os resultados simulados e experimentais no domínio do tempo obtidos com a configuração abaixo.

PO = 15	$t_s = 2$	zeta = 0.5169	$\omega_n = 3.8690$
$p1 = -2.0000 + 3.3120i$	$p2 = -2.0000 - 3.3120i$	$p3 = -10$	$p4 = -20$
$K(1) = -58.1633$	$K(2) = 95.1590$	$K(3) = -31.4304$	$K(4) = 17.0762$



(a)



(b)

(a). Resposta da posição do carro. Em sinal azul resposta simulada, sinal verde resposta real e sinal vermelho resposta desejada.

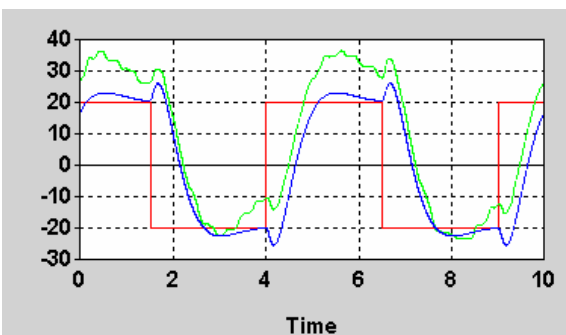
(b). Resposta do ângulo do pêndulo. Sinal azul simulada e sinal verde resposta real.

Figura 3. Valores obtidos para: (a) posição [mm]; (b) ângulo [graus].

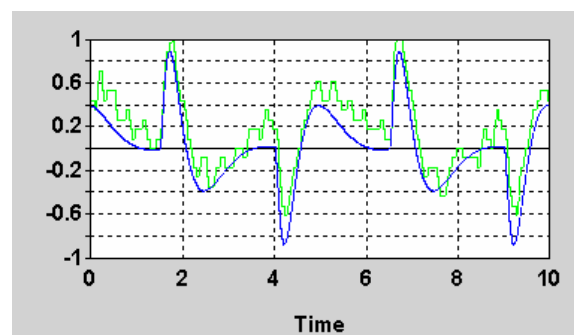
Na análise a seguir é considerada a seguinte configuração:

PO = 5	$t_s = 2$	zeta = 0.6901	$\omega_n = 2.8981$
$p1 = -2.0000 + 2.0974i$	$p2 = -2.0000 - 2.0974i$	$p3 = -10$	$p4 = -15$
$K(1) = -24.4761$	$K(2) = 65.6722$	$K(3) = -22.7912$	$K(4) = 12.3737$

A figura 4 mostra as respostas obtidas para os valores especificados acima. Na figura 5 são mostradas as forças aplicadas nestas duas configurações.



(a)



(b)

(a). Resposta da posição do carro. Em sinal azul resposta simulada, sinal verde resposta real e sinal vermelho resposta desejada.

(b). Resposta do ângulo do pêndulo. Sinal azul simulada e sinal verde resposta real.

Figura 4. Valores obtidos para: (a) posição [mm]; (b) ângulo [graus].

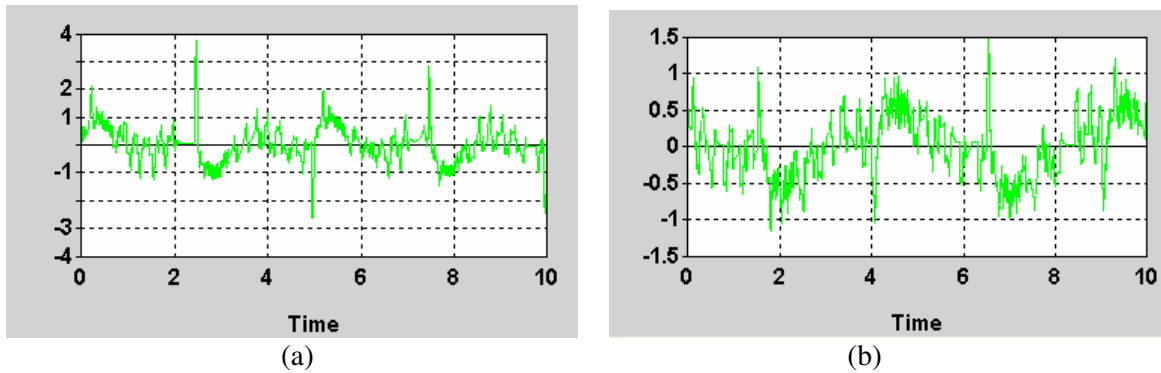


Figura 5. Valores obtidos para força de controle F_c [V], (a). Força de controle para $PO= 15$, $P3= -10$, $P4= -20$ e (b). Força de controle para $PO= 5$, $P3= -10$, $P4= -15$.

Conclusão

Ao analisarmos as figuras 3.b e 4.b podemos observar que para um pequeno percentual de overshoot o ângulo real do pêndulo desloca-se menos, ficando dentro da faixa especificada de projeto. Os resultados obtidos demonstram que o modelo matemático adotado representa o modelo real e pode ser utilizado nos projetos de controle. Estes testes também nos mostraram que para este sistema é importante ter um percentual de overshoot baixo e que não convém gastar muita energia tentando manter os pólos muitos à esquerda. Os resultados em tempo real nos mostram que para um percentual de overshoot pequeno, quando associado a pólos não muito longe do zero real, o sistema fica estável, exigindo um ganho e uma força de controle menor, figura 5.b. Porém, quando temos um percentual de overshoot muito elevado, com pólos relativamente longe do eixo real, o sistema continua estável, porém a força de controle e o ganho são elevados, figura 5.a.

Bibliografia

- Anthony, D. K., 2000, "Robust Optimal Design Using Passive and Active Methods of Vibration Control", Ph. D. Thesis, Faculty of Engineering And Applied Science, Institute of Sound And Vibration Research, University of Southampton.
- Fuller, C. R. et al., 1996, "Active Control of Vibration", Academic Press.
- Ogata, K., 2000, "Engenharia de Controle Moderno", Terceira Edição, Prentice-Hall do Brasil, RJ.
- Quanser Innovate Educate. IP01 and IP02., 2003., "Single Inverted Pendulum User Manual", MultiQ User Manual, MultiQ User Manual.
- Santos, R. B., 2005. "Controle em Tempo Real de um Pêndulo Invertido para Uso Didático", Relatório Parcial de Iniciação Científica PIBIC/CNPq.

BOLSA: PIBIC/CNPQ